

相关性误判与策略性信息混淆

刘 烁 沈 吉 王祺阳*

摘要: 本文研究了消费者信念更新能力的局限如何影响市场竞争。在本文模型中, 消费者可能会低估甚至完全忽视不同信息来源之间的相关性。本文证明了这种对于相关性的错误认知对异质化企业之间的竞争有重大影响。如果产品的差异化足够大, 则无论消费者如何感知相关性, 企业都将选择完全披露产品价值的最优策略。然而, 当产品价值差异较小时, 企业可以从消费者的认知局限中获益, 通过只提供部分信息来阻碍消费者对产品的比较。本文研究结果表明, 随着相关性忽视偏误的加剧, 产品市场价格上升, 且均衡下企业和消费者之间的错配现象加剧。总体而言, 本文的分析揭示了由消费者有限理性所催生的企业制造信息混淆激励, 并强调了采取合适的监管方法提高透明度和保护消费者福利的必要性。

关键词: 相关性忽视; 信念更新; 信息混淆; 伯川德竞争

中图分类号: F062.5; F062.9; F016

JEL 分类号: D43; L13; M30

一、引言

为了在激烈的商业竞争中生存下来, 企业可以在产品创新上进行投资, 并在设计上迎合特定消费者群体的偏好, 从而建立品牌忠诚度。然而, 市场营销文献中的不少研究 (例如, Mitchell and Papavassiliou, 1999; Turnbull et al., 2000; Woodward and Hall, 2010) 发现, 企业有时会更倾向于把自身的资源和努力投入另一个维度: 让消费者相信 (或误信) 企业的产品比实际情况更具有差异性。这样, 即便产品对于消费者的真实价值非常相近, 企业也可以赚取额外的品牌忠诚溢价。为了达到这一效果, 企业通常会采用诸多方式来混淆产品信息, 比如复杂的产品目录、令人费解的定价结构、过度繁冗的产品特征以及片面的信息披露。以上种种“混淆”策略

* 刘烁, 北京大学光华管理学院, 北京大学数量经济与数理金融教育部重点实验室, E-mail: shuo.liu@gsm.pku.edu.cn; 沈吉, 北京大学光华管理学院, 北京大学数量经济与数理金融教育部重点实验室, E-mail: jishen@gsm.pku.edu.cn; 王祺阳 (通信作者), 北京大学光华管理学院, E-mail: whangjy@pku.edu.cn。作者感谢国家自然科学基金项目 (72103006、72192844)、中国信息经济学会项目 (E22100961) 对本文研究的资助。作者感谢匿名审稿人和编辑部的宝贵意见, 感谢姜渭对本文研究的建议和帮助, 当然文责自负。

似乎与传统分析框架存在矛盾：后者假定消费者总是会基于充分的理性做出最优选择，而企业总是在质量和价格这两个维度上竞争，不会故意提供迷惑性的信息。

那么，我们应该如何解释现实的商业竞争中广泛而长久存在的信息混淆现象？新兴的行为产业组织（Behavioral Industrial Organization）文献基于消费者的有限理性（Bounded Rationality）和认知偏差（Cognitive Biases），为我们提供了一个不同以往的视角。相关综述可参见 Huck and Zhou（2011）、Grubb（2015），以及 Heidhues and Köszegi（2018）。本文重点关注一种在近期研究中受到广泛关注的偏误——相关性忽视，即人们倾向于低估甚至完全忽视不同信息源之间的相关性（Kallir and Sonsino, 2009; Eyster and Weizsacker, 2016; Enke and Zimmermann, 2019）。本文为研究这类消费者行为偏误会如何影响企业的竞争策略以及总体社会福利提供了一个理论框架。

为了阐释本文的核心思路，让我们考虑两家基于非常相似的底层资产提供投资产品的基金公司。正如 Carlin and Manso（2011）所言，这样的情境既不罕见也并非夸张：“许多新上市的基金与业已存在的老基金大同小异，甚至在同一基金家族内部都可以说是重复冗余的。”尽管知晓他们旗下产品的收益高度相关，但基金公司的经理们却很可能不愿将实情公布于众，因为这将加剧管理费用的竞争。相反，他们可能会混淆视听，让投资者误以为这些产品有本质差异。例如，他们可以使用不同的行业术语来描述投资策略，精心挑选不同的比较基准来宣传过往的收益，又或者选择性地展示个别基金经理的资质证书和业绩等。如果投资者们足够理性，他们就能识破产品雷同的本质，基金经理的信息混淆策略便无法奏效。然而，如果投资者没有合理地考虑产品收益的潜在关联性，而是孤立地评估他们接收到的每则信息，那么企业的混淆策略便能成功地创造出差异化的假象。如此，消费者的相关性忽视偏误便赋予了企业更大的市场支配力，使其能够收取更高的费用。

在上面的例子中，关键的前提条件是：即便消费者可以感知到竞争企业的产品之间存在某种程度的相关性，他们也可能无法对此进行准确的评估，更不用说完全将其纳入决策考量之中。正式而言，相关性忽视是指个体在更新信念时低估甚至完全忽视不同信息源之间的相关性的认知偏误。为了研究这种偏误对市场竞争的影响，本文构建了一个双寡头企业争夺具有相关性偏误的消费者的博弈模型。本文发现均衡结果在不同的设定下具有很大差异。当消费者完全意识到相关性并能对其准确评估时，企业就没有混淆产品信息的动机，因为市场竞争足以排除这一举动的潜在收益。然而，当消费者低估或忽视相关性时，企业常常会倾向于采取具有迷惑性乃至误导性的营销手段以缓和价格竞争，并以牺牲消费者的福利为代价赚取超额利润。本文的结果为企业使用误导性营销信息现象提供了一种理论依据，并阐释了政策干预措施（例如消费者教育与强制性基础商品供应等）如何起到帮助或适得其反的作用。总而言之，本文的核心贡献在于揭示了相关性忽视如何导致信息混淆策略的

出现与存续, 而这对未来关于其他行为偏误或市场结构的研究同样具有启迪意义。

接下来, 本文第二部分首先对相关文献进行更详尽的回顾。随后, 第三部分正式引入一个两阶段的双寡头竞争模型。在该模型中, 两家企业通过营销和定价两个维度的策略来争夺市场份额。消费者关于两家产品的真实匹配价值可能不同, 但它们可以具有概率上的关联性。我们可以把匹配价值的联合概率分布的相关系数理解为两个企业之间产品差异化程度的一个度量。消费者无法直接观测到自身与不同产品之间真实的匹配价值, 而只能接收来自企业发出的随机信号。这一信号由产品的真实匹配价值和一个无偏噪声项加合而成, 其中企业可以策略性地选择该噪声项的方差。一个企业加到其信号里的噪声只会影响消费者对其产品的支付意愿, 但不会影响其对手方产品的价值取值。在博弈的第一阶段, 两家企业同时选择噪声项的方差, 从而决定其提供的产品信息的混淆程度。消费者在观察到企业发出的信号后, 旋即更新其关于产品匹配价值的信念。在博弈的第二阶段, 企业同时公布价格, 通过经典的伯川德 (Bertrand) 竞争来争夺市场份额。本质上, 我们的模型假设企业可以通过带噪声的产品价值信号操纵消费者“感知到”的相关性, 为后者比较产品设置障碍。

第四部分给出了本文的基准结果: 如果市场上的消费者是完全理性的, 企业在均衡中必然会完整提供产品的所有信息, 即采用完全透明、不具迷惑性的营销策略。第五部分讨论相关性忽视偏误的影响。特别地, 消费者对产品真实匹配价值之间的相关性抱有错误的认知, 因此在信念更新的过程中无法正确地将其所接收到的信号之间存在的相互依赖性纳入考量。具体而言, 首先分析了最简单也最具有代表性的情况——消费者完全忽视不同信息来源之间的相关性, 直观地诠释企业选择向消费者提供迷惑性信息的动机。结果表明, 当产品的同质程度足够高时, 企业会采取一定程度的信息混淆, 使得消费者关于产品价值的后验信念分布比真实分布更为分散, 从而缓和后续的价格竞争。其次讨论了消费者没有完全忽视, 但会在一定程度上低估相关性的一般性情形。最后均衡结果以及随后的比较静态分析和福利分析表明, 当产品真实匹配价值的相关程度和消费者感知的相关程度之间差距越大 (意味着消费者的理性程度越低) 时, 消费者与产品错配概率越高, 企业的利润越高但消费者福利 (以及社会总福利) 却越低。

第六部分考虑了基准模型分析的两个拓展。一是讨论非对称均衡 (即两家企业选取不同的信息混淆策略的均衡) 的存在性问题, 给出其成立的准确参数范围。通过比较对称均衡和非对称均衡, 我们发现企业在后者中的利润更高 (因为可以定更高的价格), 但对应的消费者剩余和社会总福利剩余可能更低 (特别是由于消费者和产品之间错配概率的增加)。二是讨论了产品匹配价值遵从一般化分布的情况, 以此阐明本文模型主要洞见的稳健性。第七部分是结论与展望。

二、文献综述

关于相关性忽视及其影响的理论和实证文献体量日益增长。在理论方面, Ellis and Piccione (2017) 给出了相关性忽视的公理化刻画。Levy and Razin (2022) 研究了认知受限的个体在相关性结构存在歧义时如何进行整合预测。他们发现与观察到的行为吻合的一个解释, 即个体使用了呈现相关性忽视的贝叶斯法则去理解和预测结果。基于这一机制, 他们分析了复杂的抵押债务凭证 (CDO) 评级, 并认为在这种情况下相关性忽视的问题可能普遍存在。在实证方面, Kallir and Sonsino (2009)、Eyster and Weizsacker (2016) 以及 Enke and Zimmermann (2019) 提供的经验证据表明, 个人在不确定情形下形成信念和做出决策时往往会忽视相关性。

多个学科分支对相关性忽视在不同情形下的影响进行了实证研究。在政治经济学领域, Levy and Razin (2015) 指出, 选民对信息来源相关性的忽视, 反而会促使投票的结果更好地反映他们的私人信息。在更为近期的研究中, Levy et al. (2021) 分析了政党如何策略性地针对具有相关性忽视偏误的选民展开政治竞选活动。类似地, Ortoleva and Snowberg (2015) 发现更高的相关性忽视会导致更极端的信念, 而 Glaeser and Sunstein (2009) 表明群体更可能忽视信号之间的相关性, 从而做出比个体更糟糕的决策。在与社交网络相关的文献中, DeMarzo et al. (2003) 指出, 个体对相关性的忽视会导致观点在一个维度的议题上发生两极分化。Golub and Jackson (2012) 以及 Gagnon-Bartsch and Rabin (2016) 研究了相关性忽视如何影响社交学习以及社交网络中的信息传播。相较于已有研究, 本文创新之处在于以双寡头模型下的信息混淆 (或迷惑性广告) 策略为切入点, 详细论证了消费者的相关性忽视偏误在非完全竞争市场中所扮演的角色。

最后, 广告对消费者具有告知和说服的双重作用早已成为产业组织理论的共识。例如, Grossman and Shapiro (1984) 证明了在差异化产品市场中, 企业可以通过广告传递产品信息以改善匹配。相反, von der Fehr and Stevik (1998) 研究了直接影响消费者偏好的说服性广告, 发现产品差异化程度与广告强度之间的关系很大程度上取决于广告类型。然而, 现有文献未能很好地解释企业为何会采用具有迷惑性的广告或营销手段, 特别是考虑到这些信息混淆策略在消费者完全理性的前提下是对企业无益的。本文通过将行为经济学的洞见引入这支文献, 为信息混淆策略的存在提供了一个新颖的理论依据——消费者对不同信息来源之间的相关性存在误判。

三、模 型

两家追求利润最大化的企业争夺一个代表性消费者（或一个连续统的事前完全同质消费者）。对消费者而言，企业 $i \in \{1, 2\}$ 所提供产品的真实价值为 $v_i \in \mathbb{R}$ 。假设匹配价值 (v_1, v_2) 是根据多元正态分布 $N(\mu_0, \mu_0, \sigma_0^2, \sigma_0^2, \rho)$ 抽取的，其中 $\mu_0, \sigma_0^2 > 0$ 且 $\rho \in [-1, 1]$ ¹。我们用相关性系数 ρ 来衡量产品之间真实的差异化程度。特别地，当 $\rho = 1$ 时，两个产品是完全同质的，因为它们总是向消费者提供相同的价值；相反，当 $\rho = -1$ 时，两个产品表现出最大的差异性，因为消费者对其中一个产品满意必然意味着对另一个产品不满意。为简单起见，我们假设消费者没有任何外部选择。这意味着消费者必须从两个产品中选择其中一个购买。

博弈分三个阶段展开。在第一阶段，企业同时并独立地选择各自的信息混淆策略。它们既可以选择帮助消费者来准确评估产品的真实价值，也可以选择提供模糊的产品信息来迷惑消费者，阻碍他们进行产品间的比较。具体来说，每个企业向消费者发送关于产品匹配价值的信号 $s_i = v_i + \varepsilon_i$ ，其中 ε_i 是均值为零且方差为 $\sigma_i^2 \geq 0$ 的正态随机变量，由每个企业独立选择。显然，方差越大则信号 s_i 的精确度越低。值得注意的是，类似于 Lewis and Sappington (1994) 的研究，可供企业选择的信号结构可以根据 Blackwell 信息量进行完全排序 (Blackwell, 1951, 1953)，而且更高的信号实现会导致消费者对于真实价值的后验信念分布在一阶随机占优意义上更高²。上述的信息选择技术与现实观察具有广泛一致性：企业可以控制向消费者提供的产品信息的精度。例如，企业可以隐藏产品特征 (Ellison, 2005; Gabaix and Laibson, 2006)，设计复杂的契约 (Turnbull et al., 2000; Woodward and Hall, 2010)，引入晦涩难懂的产品标签 (Mitchell and Papavassiliou, 1999)，或者采用阻碍比较的“框架” (Frame, 例如价格或数量的单位) 来呈现产品 (Piccione and Spiegler, 2012; Chioveanu and Zhou, 2013)。此外，噪声项零均值的假设意味着平均而言信号 s_i 会等于真实匹配价值 v_i 。从这个意义上说，本文模型关注的是具有无偏性质的信息混淆策略。这一无偏性假设极大地简化了分析，并使结果与采取相似假设的行为产业组织文献具有可比性

-
- 1 这里采用正态分布的假设是为了方便分析。具有正态分布误差的随机效用模型也可以为这一假设提供微观基础(即 Probit 模型; 参见 Cameron and Trivedi, 2005)。在第五部分中，我们讨论了如何将本部分的分析扩展到更一般的价值分布。
 - 2 相关性忽视的问题在 Lewis and Sappington(1994)的框架中并不重要，因为他们的分析关注于垄断市场，其中企业仅限于向潜在消费者提供一个关于产品价值的信号。在最近的文献中，Levy et al. (2022) 研究了一个无约束信息设计问题，其中发送者可以向相关性忽视的接受者发送数量不限的信号。相反，我们的模型关注一对互相竞争的策略性发送者，但将他们的信号选择限制在更狭窄的一组信号结构中。

(例如 Hefti et al., 2022 及其中的参考文献)。

在第二阶段,企业在相互观察到对方的信息混淆策略选择后,同时为各自产品进行定价 $p_i \geq 0$ 。

在第三阶段(也是最后一个阶段),消费者通过企业发送的信号来估计其对于每个产品的匹配价值,形成后验信念 (\hat{v}_1, \hat{v}_2) 。随后,消费者挑选能为其提供更高剩余——即后验的匹配价值与价格之差 $(\hat{v}_i - p_i)$ 更大——的产品。本文模型的新颖之处在于认识到,即便消费者能够运用贝叶斯法则来形成后验信念,他们也有可能低估甚至完全忽视不同企业产品匹配价值间的真实相关性。具体而言,假设给定真实的相关性 $\rho \in [-1, 1]$,消费者所感知到的相关性为 $\hat{\rho} = \xi\rho$,其中参数 $\xi \in [0, 1]$ 用来衡量相关性忽视程度。消费者拥有完全理性(或对相关性有着完美认知)的标准情况对应 $\xi = 1$,而完全忽视相关性的情况则对应 $\xi = 0$ 。我们将证明,正是这种对相关性的错误感知使得消费者容易受到企业策略性混淆的影响³。

四、基准情况:相关性完美认知

本部分分析模型的基准情况,即消费者能完美认知产品价值之间的相关性。在接收到带有噪声的信号后,消费者根据贝叶斯法则来更新其信念,并在这一过程中考虑到所有相关因素:先验价值分布,真实匹配价值的相互依赖性,以及企业策略性选择的信号精度。给定信号的实现值 (s_1, s_2) ,消费者关于企业 i 产品匹配价值的后验信念由以下公式确定(DeGroot, 1970):

$$\hat{v}_i = \frac{[(1-\rho)\sigma_0^2 + \sigma_j^2]\sigma_i^2\mu_0 + [(1-\rho^2)\sigma_0^2 + \sigma_j^2]\sigma_0^2 s_i + \rho\sigma_0^2\sigma_i^2 s_j}{(\sigma_0^2 + \sigma_i^2)(\sigma_0^2 + \sigma_j^2) - (\rho\sigma_0^2)^2} \quad (1)$$

式(1)表明 \hat{v}_i 是先验均值 μ_0 和实现信号 (s_1, s_2) 的加权组合,而具体的权重取决于每个企业为其产品信号选择的精确度(或信息混淆程度),以及匹配值之间的初

3 遵循行为产业组织文献的一般范式,本文模型关注消费者的行为偏误,但保持了企业完全理性且单纯追求利润最大化的标准假设(Grubb, 2015; Heidhues and Köszegi, 2018)。特别地,不同于消费者存在的相关性忽视偏误,企业能完全意识到其产品间真实的差异化程度。然而,目前正在兴起的一支文献研究表明企业可能也会呈现出与经典假设不一致的行为倾向,例如犯系统性错误或具有超越利润最大化的动机(参考Landier and Thesmar, 2009; Bénabou and Tirole, 2010; Goldfarb and Xiao, 2011, 2019; Cabral, 2018)。在本文模型中,如果企业低估或忽视相关性的程度小于消费者,比如假设企业感知到的相关性是 $\xi'\rho$ 而消费者感知到的是 $\xi\rho$,其中 $\xi' \geq \xi$,那么分析将类似于企业拥有完全信息但消费者以 ξ'/ξ 的比例低估相关性的情况(这里我们约定 $0/0 = 1$)。更一般说来,如果企业错误高估了其产品的差异化程度,那么它们进行信息混淆的动机将会减弱。这一点在后文中会变得更明确。

始相关性。当且仅当 $\hat{v}_1 - p_1 \geq \hat{v}_2 - p_2$ 时, 消费者选择产品 1 而非产品 2。给定价格 (p_1, p_2) , 这一条件将在 s_1 的实现值相对于 s_2 足够大时成立。反之, 消费者将选择产品 2。

以下结果为后续分析提供了基准, 证实了企业没有任何动机去混淆一个对于相关系数 ρ 有着准确信念的、完全理性的消费者⁴。

命题 1 假设消费者完全意识到真实相关性 (即 $\xi = 1$), 则存在唯一的子博弈精炼均衡: 两家企业在第一阶段都不进行任何程度的信息混淆 (即 $\varepsilon^* = 0$), 并在第二阶段各自选择同样的价格 $(1 - \rho)\sigma_0^2/\varphi(0)$, 其中 $\varphi(\cdot)$ 是标准正态分布的密度函数。

命题 1 的证明参见附录。该证明过程表明, 无论企业在第一阶段如何设定产品价值信号的精确度, 它们在第二阶段都会选择相同的价格, 最终导致市场被平分。因此, 只有当第一阶段的信息混淆可以缓和第二阶段的价格竞争时, 这样做才是有利可图的。然而, 我们证明了只要消费者在信念更新的过程中准确地将产品价值之间的先验相关性纳入决策考量, 那么任何程度的信息混淆都势必会加剧价格竞争。因此, 均衡中的市场实现了完全透明。

为了更直观地理解命题 1, 我们注意到消费者对产品价值的感知由两个因素共同决定。第一个因素是消费者后验信念的方差, 而这是可以被企业的信息混淆策略直接影响的。特别地, 企业选择的信号越是模糊 (即 σ_i^2 越大), 消费者在形成关于产品匹配价值的期望时就会分配越少的权重给对应的信号。举两个极端的例子, 当一个企业提供完全透明的信息时 ($\sigma_i^2 = 0$), 消费者观察到信号就会立即知道该企业产品的真实价值, 因此其后验期望将恰好等于信号的实现值; 相反, 若企业选择提供零信息 ($\sigma_i^2 \rightarrow \infty$), 消费者会正确地预期其接收到的信号仅仅是一个噪声, 在这种情况下, 消费者的后验信念将完全等同于其先验信念, 与信号实现值的高低无关。

第二个因素是产品的实际差异化程度 (即相关系数 ρ 的大小), 以及更关键的是消费者对此的认知程度。如果消费者天真地忽视了两者的相关性, 企业就可以利用适当的信息混淆策略来操纵其感知价值。我们将在下一部分中讨论消费者的这种天真或行为倾向。然而, 在基准模型中, 消费者已经全然知晓这种相关性结构, 并在信念更新中充分考虑了这一点。这意味着匹配价值的后验估计永远不会比真实值更分散。贝叶斯更新的这一重要特性消弭了通过信息混淆来缓和价格竞争的可能性。

4 本文通篇都采取如下的平局决胜规则: 当对两个信息混淆策略无差异时, 企业会选择更有信息量的那个 (即方差更小的那个)。

五、呈现相关性忽视的消费者

下面正式介绍消费者呈现相关性忽视 ($\xi < 1$) 情况下的模型。本部分主要关注博弈中唯一的对称均衡。我们将在第六部分讨论可能存在的非对称均衡及其性质。

(一) 完全忽视相关性

我们先讨论消费者完全忽视信息来源之间的潜在相关性的特殊情况 ($\xi = 0$)，这种情况可以清楚地说明相关性忽视偏误对竞争结果的影响机制。具体而言，完全忽视相关性的消费者始终将两家企业所释放的信号视为独立的。因此，在收到信号后，消费者对每家企业 i 的产品形成如下的后验价值估计：

$$\hat{v}_i = \frac{\sigma_i^2 \mu_0 + \sigma_0^2 s_i}{\sigma_0^2 + \sigma_i^2} \quad (2)$$

显然，参数 ρ 以及企业 j 的信号 s_j 并没有出现在上式中，这反映了消费者未能考虑到在先验概率上匹配价值之间存在相关性。因此，尽管消费者仍然应该通过贝叶斯法则更新信念，但其忽视了信号 s_j 中包含的关于 v_i 的信息。

命题 2 假设消费者完全忽视了信号之间的相关性，则存在唯一的对称子博弈精炼均衡。特别地：

(1) 如果 $\rho \leq 0.5$ ，均衡下任何一家企业都将选择提供完全的信息 ($\sigma_i^2 = 0$)，然后为其产品设定相同的价格 $p_i = (1 - \rho)\sigma_0^2/\varphi(0)$ 。

(2) 如果 $\rho > 0.5$ ，均衡下任何一家企业都将选择信息混淆程度 $\sigma_i^2 = (2\rho - 1)\sigma_0^2$ ，然后为其产品设定相同的价格 $p_i = \sigma_0^2 \cdot [4\rho\varphi(0)]^{-1}$ 。

命题 2 是我们接下来将要介绍的定理 1 的一个特例，为简洁起见此处略去证明。值得注意的是，该命题推断只要产品的同质化程度足够高，企业就会进行一定程度的信息混淆。

为了理解为什么企业可能既不会选择提供完全信息，也不会无节制地迷惑消费者，我们考虑式 (2) 中给出的消费者后验期望价值。由于消费者完全忽视了产品匹配价值之间的先验相关性，引入关于产品 i 的非透明信号只会影响消费者对该产品的价值感知。因此，后验价值的分布可能比真实价值的分布更为分散，这足以缓和后续的价格竞争。

举例而言，考虑产品完全同质（即 $\rho = 1$ ）的极端情况。如果双方企业均选择完

全透明的策略, 消费者将确切知晓产品的匹配价值始终相同。这样的结果是企业陷入激烈的价格竞争, 只能获得零利润。有趣的是, 当企业选择提供完全不含产品信息的信号 (即 $\sigma_1, \sigma_2 \rightarrow \infty$) 时, 相同的伯川德结果同样会出现。这是因为此时消费者将完全忽视信号并仅根据其先验信念行事, 最终仍将视企业为同质的。然而, 如果一家或两家企业决定以适当程度信息混淆去迷惑消费者, 则消费者会在收到不同的信号时把两个产品感知为不同的商品, 从而降低每家企业产品的需求弹性。通过这种方式, 企业获得了一定程度的市场支配力, 保证了严格为正的利润。均衡下的信息混淆程度恰好最大化了这种“虚假差异化”。不过, 需要注意, 命题 2 还表明当产品的初始差异化程度足够高 (即 $\rho \leq 0.5$) 时, 企业将无法使产品看起来比它们实际上更具差异性。在这种情况下, 企业的最优策略是毫无保留地提供所有信息而非混淆视听, 正如面对完全理性的消费者的基准情况一样。

(二) 部分忽视相关性

现实中, 消费者可能既无法做出完美的贝叶斯决策, 也不会完全忽视产品价值之间的先验相关性。为了说明本文模型的关键洞察具有稳健性, 我们将研究以下的一般化情形: 消费者在形成后验信念时可能会低估但不一定会完全忽视信息来源之间的相关性。为了描绘这一概念, 假设在给定真实相关度 $\rho \in [-1, 1]$ 的情况下, 消费者感知到的相关性为 $\hat{\rho} = \xi\rho$, 其中参数 $\xi \in [0, 1]$ 衡量了对相关性的忽视程度。显然, 第四部分的设定对应 $\xi = 1$ 的特例, 而第五部分 (一) 中的设定对应 $\xi = 0$ 的特例。总体而言, 消费者后验期望的信念更新公式将非常类似于式 (1), 只是真实相关性 ρ 被感知相关性 $\hat{\rho}$ 所替代:

$$\hat{v}_i(\xi) = \frac{[(1 - \hat{\rho})\sigma_0^2 + \sigma_j^2]\sigma_i^2\mu_0 + [(1 - \hat{\rho}^2)\sigma_0^2 + \sigma_j^2]\sigma_0^2 s_i + \hat{\rho}\sigma_0^2\sigma_i^2 s_j}{(\sigma_0^2 + \sigma_i^2)(\sigma_0^2 + \sigma_j^2) - (\hat{\rho}\sigma_0^2)^2} \quad (3)$$

其中, $i = 1, 2$ 。因此, 在观察到企业发出的信号和设定的价格后, 当且仅当 $\hat{v}_1(\xi) - p_1 \geq \hat{v}_2(\xi) - p_2$ 时消费者会选择企业 1 的产品; 反之, 消费者将会选择企业 2 的产品。

以下定理完整地刻画了消费者以任意程度忽视相关性时唯一的对称均衡, 从而显著地推广了命题 1 和命题 2 的结论。

定理 1 假设消费者可能部分地忽视信号之间的相关性, 且其低估相关性的程度为 $\xi \in [0, 1]$ 。那么, 对于任何真实相关性 $\rho \in [-1, 1]$ 的情况, 都存在唯一的对称子博弈精炼均衡。特别地:

(1) 如果 $\rho \leq 1/(2 - \xi)$, 均衡下任一家企业都将选择提供完全的信息 ($\sigma_i^2 = 0$), 然后为其产品设定相同的价格 $p_i = (1 - \rho)\sigma_0^2/\varphi(0)$ 。

(2) 如果 $\rho > 1/(2 - \xi)$, 均衡下任一家企业都将选择信息混淆程度 $\sigma_i^2 = [(2 - \xi)\rho - 1]\sigma_0^2$, 然后为其产品设定相同的价格 $p_i = (1 - \xi\rho)^2\sigma_0^2 \cdot [4(1 - \xi)\rho\varphi(0)]^{-1}$ 。

综上, 类似于我们在命题 2 中的结论, 如果消费者对相关性的忽视以及产品同质化的程度足够高 (即 ξ 足够小且 ρ 足够大), 均衡下企业必然会进行信息混淆。

(三) 比较静态分析

接下来, 我们讨论产品价值的先验相关性和消费者的偏误程度如何影响均衡价格和企业利润。这些比较静态分析需要我们去计算后验期望差值的方差 $\sigma_{\Delta, \xi}^2$ 分别对于参数 ξ 和 ρ 的偏导数 ($\sigma_{\Delta, \xi}^2$ 的详细表达式请参见附录中定理 1 的证明)。对于定理 1 中描述的对称均衡结果而言, 我们有:

$$\frac{\partial \sigma_{\Delta, \xi}^2}{\partial \xi} = \begin{cases} -\frac{\sigma_0^2(2\rho - \hat{\rho} - 1)(1 - \hat{\rho})}{2\rho(1 - \xi)^2}, & (2 - \xi)\rho > 1 \\ 0, & (2 - \xi)\rho \leq 1 \end{cases}$$

$$\frac{\partial \sigma_{\Delta, \xi}^2}{\partial \rho} = \begin{cases} -\frac{\sigma_0^2(1 - \hat{\rho}^2)}{2\rho^2(1 - \xi)}, & (2 - \xi)\rho > 1 \\ -2\sigma_0^2, & (2 - \xi)\rho \leq 1 \end{cases}$$

观察上式, 可以得知随着 ξ 或者 ρ 的增加, 均衡价格和利润都会减少。以上比较静态分析结果的直觉很简单: 更高的产品同质性和消费者对相关性更准确的认识都会加剧市场竞争, 从而降低每家企业的市场支配力。因此, 企业在均衡下会收取更低的价格, 获得更低的利润。

(四) 福利损失分析

最后, 我们讨论由于消费者相关性忽视偏误所导致的社会福利损失。在本文模型中, 社会福利损失的唯一来源是消费者与企业之间的错配, 即消费者在其真实匹配价值满足 $v_i > v_j$ 的情况下却选择购买企业 j 的产品。在对称均衡下, 企业设定相同的价格, 故消费者向“错误”企业购买产品所导致的预期福利损失可表达为:

$$L = 2 \int_0^{\infty} \Pr(\hat{v}_1(\xi) - \hat{v}_2(\xi) < 0 \mid \Delta v) \cdot \frac{\Delta v}{\sqrt{2(1 - \rho)\sigma_0^2}} \cdot \varphi\left(\frac{\Delta v}{\sqrt{2(1 - \rho)\sigma_0^2}}\right) d(\Delta v)$$

$$= \frac{\sqrt{1 - \rho}}{\sqrt{\pi}} \left[1 - \sqrt{\frac{1 - \rho}{(1 - \xi)\rho}} \right]$$

其中第二个等式的详细推导请参见附录。通过检验关于 ξ 的一阶导数, 我们发现社会福利损失是随着 ξ 的增加而单调递减的:

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = -\frac{(1-\rho)^{3/2}}{2\sqrt{\pi}(1-\xi)^2\rho\sqrt{\frac{1-\rho}{(1-\xi)\rho}}} \leq 0$$

此外, 通过对以下二阶导数的检验, 我们发现社会福利损失是一个关于 ρ 的凹函数:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \rho^2} = -\frac{\sqrt{\frac{1-\rho}{(1-\xi)\rho}} \left\{ (1-\xi)\rho^3 \sqrt{\frac{1-\rho}{(1-\xi)\rho}} + (\rho+3)(1-\rho)^2 \right\}}{4(\rho-1)^2\rho^2\sqrt{\pi(1-\rho)}} \leq 0$$

我们还注意到, 社会福利损失在 $\rho=0.5$ 和 $\rho=1$ 时为零 (因为前者在均衡时企业将提供完全信息, 而后者对应产品完全同质化的情形), 而其对于任意的 $\rho \in (0.5, 1)$ 均为正。因此, 我们可以将上述分析的结论概括如下:

命题 3 在对称子博弈精炼均衡中, 社会福利损失随着相关性忽视程度的上升而增加, 随着产品价值先验相关性的上升而先增加后下降。

命题 3 中关于 ξ 的比较静态分析结果较为直观。而对于 ρ 的比较静态分析结果, 其直觉在于先验相关性的提高会产生两种相反的效果。一方面, 由于产品变得更为同质化, 企业会加大其混淆产品信息的力度, 从而导致更高的错配概率。但另一方面, 同质化程度的提高本身又降低了错配导致的福利损失规模。在 ρ 较小 (接近 0.5) 时, 前者效应占据主导; 而在 ρ 较大 (接近 1) 时, 后者效应占据主导。

六、拓 展

(一) 非对称均衡

当消费者错误地感知信息来源之间的潜在相关性时, 也可能会出现非对称均衡。为建立直觉, 我们再次从消费者完全忽视相关性的情况开始讨论。下面的命题总结了我们的主要发现。

命题 4 假设消费者完全忽视信息来源之间的相关性 ($\xi=0$)。如果 $\rho \geq 0.5$, 存在一个非对称子博弈精炼均衡, 其中一个企业选择提供完全的信息 ($\sigma_i=0$), 另一个企业选择在最大程度上混淆消费者 ($\sigma_j=\infty$)。均衡下, 两家企业为其产品选择相同的价格 $p_i=0.5 \cdot \sigma_0^2/\varphi(0)$ 。

在命题 4 的不对称均衡中, 一家企业提供完全透明的信号, 而另一家企业通过提供完全不含信息的纯噪声信号来实现信息混淆。尽管信号的精确度不同, 但均衡

下两家企业会收取相同的价格，市场份额会被双方所平分。这是因为即便企业采取非对称的信息混淆策略，消费者感知价值差异 $\hat{v}_i - \hat{v}_j$ 仍然是真实价值差异 $v_i - v_j$ 的无偏估计量。在没有外部选择的情况下，这一对价值差异的后验估计——而不是对每个产品绝对价值的估计——决定了消费者的选择。因此，混淆策略的不对称性不会改变事先所假设的对称市场结构或企业的平等竞争力。

比较命题 2 和命题 4 可以发现，与对称均衡相比，企业显然更喜欢非对称均衡，因为在后一种情况下均衡价格更高、利润更丰厚。相反，消费者却更偏好于对称均衡。这不仅是因为对称均衡下的价格更低，也因为匹配错误的可能性也更小。这表明异常两极分化的营销策略组合可能预示着反竞争行为，需要引起监管机构的重视。

命题 4 揭示了如果消费者对相关性的忽视足够严重（即 ξ 足够小），就可能存在非对称均衡，而非对称均衡导致的社会福利损失比对称均衡更大。接下来的两个定理说明，在一般化的条件下，只要产品的真实差异化程度足够大，这一判断确实成立。

定理 2 假设 $\xi \in \left(0, \frac{1}{3}\right)$ 且 $\rho \in \left(\frac{1}{2-3\xi}, 1\right)$ 。存在一个非对称子博弈精炼均衡，其中一家企业选择提供完全信息 ($\sigma_i = 0$)，另一家企业选择在最大程度上混淆消费者 ($\sigma_j = \infty$)。均衡下，两家企业为其产品选择相同的价格 $p_i = 0.5(1 - \hat{\rho}) \cdot \sigma_0^2 / \varphi(0)$ 。

定理 3 假设 $\xi \in (0, 1)$ 且 $\rho \in \left(\frac{1}{2-\xi}, \frac{1}{2-3\xi}\right)$ 。存在一个非对称子博弈精炼均衡，其中一家企业选择提供完全信息，另一家企业选择适度的信息混淆：

$$(\sigma_i^2, \sigma_j^2) = \left(0, \frac{(1 + \hat{\rho})^2 (2\rho - 1 - \hat{\rho}) \sigma_0^2}{1 - 2\rho + 3\hat{\rho}}\right)$$

均衡下，两家企业为其产品选择相同的价格：

$$p_i = \frac{[4(\rho - 1)(\rho - \hat{\rho}) + (1 + \hat{\rho})^2](1 - \hat{\rho})^2 \sigma_0^2}{16 \hat{\rho}(\rho - \hat{\rho}) \varphi(0)}$$

结合定理 1~3，我们给出了均衡的完整刻画。值得注意的是，无论是对称均衡还是非对称均衡，只要 $\rho > 1/(2 - \xi)$ 成立，就必然会出现企业策略性地向消费者提供混淆信息。如果不满足这个条件，则只存在一家企业向消费者提供完全信息的均衡。图 1 为博弈中的不同均衡体系提供了图示说明。

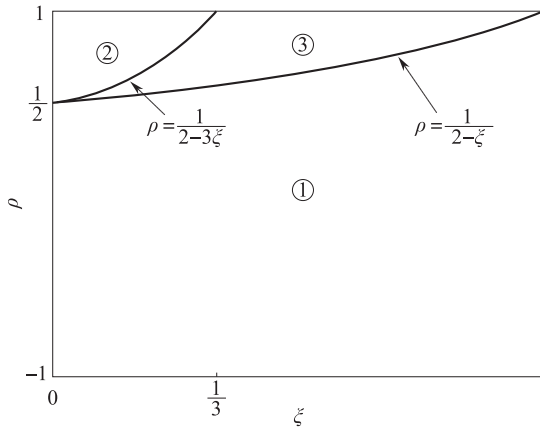


图 1 不同参数区域下的均衡

注: 根据 ρ 和 ξ 的参数值, 均衡可以分为三个区域。在区域①中, 只存在完全信息的对称均衡。在区域②中, 有两种类型的均衡并存: 一类是部分信息的对称均衡, 另一类是定理 2 中描述的非对称均衡。类似地, 在区域③中, 同时出现了企业提供部分信息的对称均衡和定理 3 中描述的非对称均衡。

接下来, 我们对非对称均衡进行比较静态分析。给定任意非对称均衡存在 (这要求参数条件 $\rho > 1/(2 - \xi)$ 得到满足), 我们有:

$$\frac{\partial \hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2}{\partial \xi} = \begin{cases} -2\rho(1 - \hat{\rho})^2 \sigma_0^2, & \rho \in \left(\frac{1}{2 - 3\xi}, 1\right) \\ -\frac{\sigma_0^2(1 - \hat{\rho})[\hat{\rho}(2\rho - \hat{\rho})(2\rho - \hat{\rho} - 1) + 2\hat{\rho}^2 - (2\rho - 3\hat{\rho} - 1)]}{4\rho\hat{\rho}(\rho - \hat{\rho})}, & \rho \in \left(\frac{1}{2 - \xi}, \frac{1}{2 - 3\xi}\right) \end{cases}$$

$$\frac{\partial \hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2}{\partial \rho} = \begin{cases} -2\xi(1 - \hat{\rho})^2 \sigma_0^2, & \rho \in \left(\frac{1}{2 - 3\xi}, 1\right) \\ -\frac{\sigma_0^2(1 - \hat{\rho}^2)(2\rho - \hat{\rho} - 1)[\rho(2\rho - \hat{\rho} - 1) + 2\hat{\rho}(1 - \rho) + 2\hat{\rho}^2]}{8\rho\hat{\rho}(1 - \xi)^2}, & \rho \in \left(\frac{1}{2 - \xi}, \frac{1}{2 - 3\xi}\right) \end{cases}$$

因此, 类似第五部分 (三) 中的发现, 均衡价格和均衡利润都随着 ξ 和 ρ 的上升而下降。图 2 用数值例子展示了对称 (实线) 和非对称 (虚线) 均衡的结果。其中, 两条竖直点线分别标识临界值 $\rho = \frac{1}{2 - 3\xi}$ 和 $\rho = \frac{1}{2 - \xi}$ 。为了说明和分析所有潜在的均衡形式, 我们分别设定 $\xi = 0.2$ 和 $\rho = 0.8$ 。不失一般性地, 我们还设定了 $\sigma_0^2 = 1$ 。有趣的是, 与对称均衡相比, 企业的定价策略 (或利润) 在非对称均衡下对 ξ 和 ρ 的变化反应更为敏感。

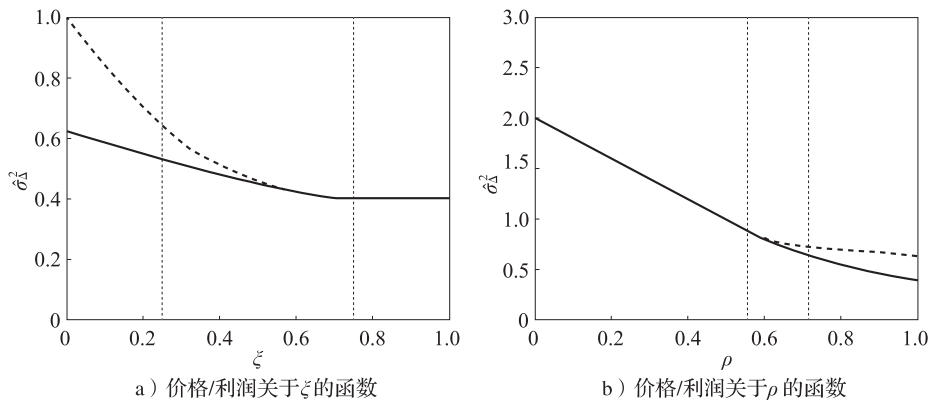


图2 不同均衡下的价格与利润变化

注：本图为比较静态分析的一个数值说明。实线表示对称均衡结果，而虚线表示非对称均衡结果。左图展示了当 $\rho=0.8$ 时， ξ 的变化如何影响均衡价格和利润。显然，无论对称均衡还是非对称均衡（若存在），随着消费者偏误程度的加剧，企业的利润都会上升。右图展示了当 $\xi=0.2$ 时， ρ 的变化如何影响均衡价格和利润。显然，无论哪种均衡出现，随着产品同质化程度的增加，企业的利润都会下降。

当两类均衡共存时，企业在非对称均衡下获得的利润高于对称均衡下获得的利润。图2形象地展示这一利润比较结果，证实了定理1~3的预测。换句话说，如果两家企业能够协调高度极化的混淆策略组合（例如，当一家企业选择最大透明度，而另一家企业则力求模糊不清），则两家企业都可以实现严格更高的盈利。但是，如果不同的信息混淆策略（或营销策略）涉及不同的成本，则不对称均衡可能比对称均衡更加脆弱，这是因为企业很难就谁应该扮演均衡利润较低的角色达成一致。

最后，我们注意到非对称均衡对社会福利损失产生的影响与对称均衡相似。如果一家企业采用 $\sigma_j^2 = \infty$ ，社会福利损失显然不会随 ξ 变化，但会随 ρ 的上升而减少。而对于定理3中的非对称均衡，其中一家企业采用适当程度的混淆，则结果与对称均衡的情况相似。特别地，总福利损失会随着 ξ 的上升而减少，随着 ρ 的上升而先增加后减少。我们在附录中详细解释了这一结果，并进一步比较了对称均衡与非对称均衡的社会福利损失。

（二）一般化的产品价值概率分布

这里讨论如何将我们的分析扩展到正态分布假设之外的更广泛情况。具体而言，我们考虑一个一般化的设定，其中真实匹配价值 (v_1, v_2) 根据定义在 \mathbb{R}_+^2 上的某个联合分布 $F(\cdot)$ 中抽取。我们将 v_i 的边际分布表示为 $F_i(\cdot)$ ，并假设 $F_1(\cdot) = F_2(\cdot)$ ，即不同产品的价值是对称分布的。

我们对企业的信息混淆策略建模如下：在第一阶段，每个企业选择概率 $q_i \in [0, 1]$

使得生成的信号 s_i 正好等于 v_i 。在剩余的 $1 - q_i$ 概率下, 信号 s_i 将独立地从 $F_i(\cdot)$ 中抽取。因此, $q_i = 1$ 表示企业提供完全信息, 而 $q_i = 0$ 表示企业提供零信息。此外, 与基准模型一致, 在一阶随机占优的意义上, s_i 的较高实现与较高的产品价值 v_i 相关联。在观察到彼此选择的信息准确度后, 企业进行产品定价。最后, 消费者观察到信号 (s_1, s_2) 的实现, 并通过贝叶斯法则和下述的、其所感知的先验来估计产品的真实匹配价值: (v_1, v_2) 以 $\xi \in [0, 1]$ 的概率根据联合分布 $F(\cdot)$ 抽取; 否则, 每个 v_i 根据分布 $F_i(\cdot)$ 独立抽取。这里, 参数 ξ 可以再次解读为对消费者相关性忽视程度的度量。消费者的最终选择将取决于哪家企业向其提供更高的感知剩余 $\hat{v}_i - p_i$, 其中 \hat{v}_i 是消费者对其真实匹配价值 v_i 的后验期望。

在这种一般化的设定下, 将博弈的均衡像基准模型那样描述出来是非常困难的。为了说明本文主要洞见的稳健性, 我们的讨论将围绕一个在文献中得到充分研究的重要特殊情形 (Gabaix and Laibson, 2006; Piccione and Spiegler, 2012; Chioveanu and Zhou, 2013) 展开: 完全同质产品 (即 v_1 和 v_2 完全正相关)。显然, 如果消费者准确地认知到真实的相关性 ($\xi = 1$), 那么企业最好提供有关匹配价值的完全信息 ($q_1 = q_2 = 1$)。然而, 当消费者低估相关性时 ($\xi < 1$), 没有信息混淆的均衡将不复存在。此时, 如果两家企业都向消费者提供完全透明的产品信息, 或者如果它们都不提供任何信息 ($q_1 = q_2 = 0$), 企业的经济利润仍然为零。相反, 如果两家企业都选择一个信息含量适中的噪声信号 ($0 < q_1, q_2 < +\infty$), 它们就能获得严格为正的利润。因此, 任何均衡都势必存在正的 (但有限的) 信息混淆程度, 从而导致次优的消费者选择。换言之, 与基准模型一致, 相关性忽视偏误的存在使企业能够通过制造信息混淆来攫取额外的消费者剩余。

七、结论与展望

本文探究了消费者在信念更新过程中呈现的相关性忽视偏误如何影响市场竞争。在本文构建的理论模型中, 消费者可能低估甚至完全忽视不同信息源之间的相关性。我们发现, 消费者的这一认知局限可能会对异质化企业之间的竞争产生深远的影响。特别地, 当产品的真实差异较小时, 相关性忽视将促使企业通过信息混淆来缓和竞争、抬高价格, 最终导致消费者和产品在均衡下的“错配”。

基于本文的工作, 未来的研究可以沿着几个有前景的方向继续推进。首先, 本文的分析限定于两家企业的情况, 一个自然的拓展是将本文的分析框架推广到存在多家企业的情况, 考察不断加剧的竞争效应如何影响企业的信息混淆行为。特别是, 随着市场上的企业数量增加 (甚至趋向于无穷), 每家企业选择的信息混淆程度是否存在一个界限而不会完全消失? 此外, 如果进入市场需要支付固定成本, 市场在均

衡时将能容纳多少企业，而这些企业又会向消费者提供多准确的信息？其次，本文允许消费者同时观察并比较所有企业的行为，但在现实中，因为评估额外选项会增加消费者成本（例如时间、精力的成本或直接支付的搜索成本），因此序贯搜索（Sequential Search）的行为模式可能更为常见。通过将相关性忽视偏误的因素加入经典的消费者搜索模型（Stahl, 1989），我们可以深入解析企业的信息混淆行为如何扭曲消费者的搜索激励。最后，与行为产业组织文献中的主流观点一致，本文的分析揭示了加强消费者教育和提高认知能力对于克服市场的不透明性至关重要。虽然对于不同的教育措施在培养消费者相关性直觉和策略性怀疑方面的功效评估超出了本文的讨论范围，但这显然是一个值得探索的重要问题。

附录

（一）命题 1 的证明

给定博弈第一阶段的选择 (σ_1^2, σ_2^2) 和式（1），从企业的视角来看，消费者关于产品价值的后验期望 (\hat{v}_1, \hat{v}_2) 服从一个二元正态分布 $N(\boldsymbol{\mu}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}})$ ，其中：

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_0 \\ \mu_0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \left[\frac{1}{b(\sigma_1, \sigma_2)} \right]^2 \cdot A' \begin{pmatrix} \sigma_0^2 + \sigma_1^2 & \rho\sigma_0^2 \\ \rho\sigma_0^2 & \sigma_0^2 + \sigma_2^2 \end{pmatrix} A$$

$$b(\sigma_1, \sigma_2) = (\sigma_0^2 + \sigma_1^2)(\sigma_0^2 + \sigma_2^2) - \rho^2\sigma_0^4, \text{ 且:}$$

$$A = \begin{pmatrix} [(1 - \rho^2)\sigma_0^2 + \sigma_2^2] \cdot \sigma_0^2 & \rho\sigma_0^2\sigma_2^2 \\ \rho\sigma_0^2\sigma_1^2 & [(1 - \rho^2)\sigma_0^2 + \sigma_1^2] \cdot \sigma_0^2 \end{pmatrix}$$

由此可知，两个产品价值的后验期望之差 $\Delta\hat{v} = \hat{v}_1 - \hat{v}_2$ 同样服从一个均值为零的正态分布，对应的方差为：

$$\hat{\sigma}_\Delta^2 = \kappa(\sigma_1, \sigma_2) \cdot \left[\frac{(1 - \rho)\sigma_0^2}{b(\sigma_1, \sigma_2)} \right]^2$$

其中

$$\kappa(\sigma_1, \sigma_2) = \sum_{i \neq j} \{ (\sigma_0^2 + \sigma_i^2) \cdot [(1 + \rho)\sigma_0^2 + \sigma_j^2]^2 \} - 2\rho\sigma_0^2 \cdot [(1 + \rho)\sigma_0^2 + \sigma_1^2][(1 + \rho)\sigma_0^2 + \sigma_2^2]$$

接着，分别记 $\Delta\hat{v}$ 的累积分布函数和概率密度函数为 $G(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 。为了给后续

分析提供参考, 我们注意到正态分布的假设意味着以下等式成立:

$$g(x) = \frac{1}{\hat{\sigma}_\Delta} \varphi\left(\frac{x}{\hat{\sigma}_\Delta}\right) \text{ 和 } \varphi'(x) = -x\varphi(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

由于 G 是对称的, 给定任意的价格组合 (p_i, p_j) , 企业 $i = 1, 2$ 的期望利润为 $\Pi_i(p_i, p_j) = p_i G(p_j - p_i)$ 。显然, 如果在定价子博弈中存在一个纯策略对称均衡 $(p_1, p_2) = (p(\boldsymbol{\sigma}), p(\boldsymbol{\sigma}))$, 它必须以下的满足一阶条件:

$$\frac{\partial \Pi_i(p(\boldsymbol{\sigma}), p(\boldsymbol{\sigma}))}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow p(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{\hat{\sigma}_\Delta}{2\varphi(0)}$$

因此, 如果子博弈存在一个对称纯策略均衡, 双方企业的定价必由上式给出。为说明 $(\hat{\sigma}_\Delta/2\varphi(0), \hat{\sigma}_\Delta/2\varphi(0))$ 的确是企业选定混淆策略 (σ_1^2, σ_2^2) 后的子博弈均衡, 我们对企业的利润函数进行二阶求导, 得出以下结果:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Pi_i(p_i, p_j)}{\partial p_i^2} &= -\frac{2}{\hat{\sigma}_\Delta} \varphi(p_j - p_i) + \frac{p_i}{\hat{\sigma}_\Delta} \varphi'(p_j - p_i) \\ &= -\frac{2}{\hat{\sigma}_\Delta} \varphi(p_j - p_i) + \frac{p_i(p_i - p_j)}{\hat{\sigma}_\Delta} \varphi(p_j - p_i) \\ &= [-2 + p_i(p_i - p_j)] \frac{\varphi(p_j - p_i)}{\hat{\sigma}_\Delta} \end{aligned}$$

不难验证, 对于任意给定 p_j , 当 $p_i \leq p_j$ 时, $\partial^2 \Pi_i(p_i, p_j)/\partial p_i^2 < 0$ 恒成立。此外, 它的符号随着 p_i 的上升只会改变一次 (由负到正)。因此, $p_1 = \hat{\sigma}_\Delta/2\varphi(0)$ 必然是公式 $\Pi_i[p_1, \hat{\sigma}_\Delta/2\varphi(0)]$ 的全局最大值。这说明 $(\hat{\sigma}_\Delta/2\varphi(0), \hat{\sigma}_\Delta/2\varphi(0))$ 的确是一个均衡。

现在我们证明上述定价策略组合是对应子博弈的唯一的纯策略均衡。换言之, 任一定价子博弈中均不存在非对称纯策略均衡。通过求解 $\Pi_i(p_i, p_j)$ 和 $\Pi_j(p_i, p_j)$ 的一阶条件, 企业的最优定价策略为 $p_i = G(p_j - p_i)/g(p_j - p_i)$ 和 $p_j = G(p_i - p_j)/g(p_i - p_j) = [1 - G(p_j - p_i)]/g(p_j - p_i)$ 。因此, 我们有:

$$p_j - p_i = \frac{1 - 2G(p_j - p_i)}{g(p_j - p_i)} \quad (\text{A1})$$

由于 $p_j < p_i \Leftrightarrow G(p_j - p_i) < 0.5$, 条件 (A1) 对于任何 $p_j \neq p_i$ 都无法成立。

接下来推导第一阶段的均衡策略。特别地, 给定另一家企业 j 的策略, 企业 i 面临如下最大化问题:

$$\max_{\sigma_i^2} \kappa(\sigma_1, \sigma_2) \cdot \left[\frac{(1-\rho)\sigma_0^2}{b(\sigma_1, \sigma_2)} \right]^2$$

我们证明上述目标函数对于 σ_i^2 的一阶导数恒为负，即下面的式子成立：

$$\begin{aligned} 0 \geq & \{ [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_j^2]^2 - 2\rho\sigma_0^2 \cdot [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_j^2] + \\ & 2(\sigma_0^2 + \sigma_j^2) \cdot [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_i^2] \} \cdot \left[\frac{(1-\rho)\sigma_0^2}{b(\sigma_1, \sigma_2)} \right]^2 - \\ & \kappa(\sigma_1^2, \sigma_2^2) \cdot \frac{[(1-\rho)\sigma_0^2]^2 \cdot 2(\sigma_0^2 + \sigma_j^2)}{[b(\sigma_1, \sigma_2)]^3} \end{aligned}$$

为了看清这一点，注意到给定 $b(\sigma_1, \sigma_2) \geq 0$ 始终成立，我们只需证明：

$$\begin{aligned} 0 \geq & b(\sigma_1, \sigma_2) \cdot \{ [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_j^2]^2 - 2\rho\sigma_0^2 \cdot [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_j^2] + \\ & 2(\sigma_0^2 + \sigma_j^2) \cdot [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_i^2] \} - 2(\sigma_0^2 + \sigma_j^2) \cdot k(\sigma_1, \sigma_2) \end{aligned}$$

而这等价于

$$\begin{aligned} 0 \geq & [(\sigma_0^2 + \sigma_i^2)(\sigma_0^2 + \sigma_j^2) - (\rho\sigma_0^2)^2] \cdot \{ [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_j^2]^2 - \\ & 2\rho\sigma_0^2 \cdot [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_j^2] + 2(\sigma_0^2 + \sigma_j^2) \cdot [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_i^2] \} - \\ & 2(\sigma_0^2 + \sigma_j^2) \cdot \{ (\sigma_0^2 + \sigma_i^2) \cdot [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_j^2]^2 - \\ & 2\rho\sigma_0^2 \cdot [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_j^2][(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_i^2] + (\sigma_0^2 + \sigma_j^2) \cdot [(1+\rho)\sigma_0^2 + \sigma_i^2]^2 \} \end{aligned}$$

上式可以通过简记 $\sigma_{si}^2 \equiv \sigma_0^2 + \sigma_i^2$ ， $\sigma_{sj}^2 \equiv \sigma_0^2 + \sigma_j^2$ 被进一步化简为：

$$\begin{aligned} 0 \geq & [\sigma_{si}^2 \sigma_{sj}^2 - (\rho\sigma_0^2)^2] \cdot [(\sigma_{sj}^2 + \rho\sigma_0^2)^2 - 2\rho\sigma_0^2 \cdot (\sigma_{sj}^2 + \rho\sigma_0^2) + 2\sigma_{sj}^2 \cdot (\sigma_{si}^2 + \rho\sigma_0^2)] - \\ & 2\sigma_{sj}^2 \cdot [\sigma_{si}^2 \cdot (\sigma_{sj}^2 + \rho\sigma_0^2)^2 - 2\rho\sigma_0^2 \cdot (\sigma_{sj}^2 + \rho\sigma_0^2)(\sigma_{si}^2 + \rho\sigma_0^2) + \sigma_{sj}^2 \cdot (\sigma_{si}^2 + \rho\sigma_0^2)^2] \\ & = (\sigma_{si}^2 \sigma_{sj}^2 - (\rho\sigma_0^2)^2) \cdot [\sigma_{sj}^4 - (\rho\sigma_0^2)^2 + 2\sigma_{si}^2 \sigma_{sj}^2 + 2\sigma_{sj}^2 \rho\sigma_0^2] - \\ & 2\sigma_{sj}^2 \cdot [\sigma_{si}^2 \sigma_{sj}^4 + \sigma_{si}^4 \sigma_{sj}^2 - \sigma_{si}^2 (\rho\sigma_0^2)^2 - \sigma_{sj}^2 (\rho\sigma_0^2)^2 + 2\sigma_{si}^2 \sigma_{sj}^2 \rho\sigma_0^2 - 2(\rho\sigma_0^2)^3] \\ & = -b(\sigma_1, \sigma_2) \cdot (\sigma_{sj}^2 + \rho\sigma_0^2)^2 \end{aligned}$$

因此，诚如所愿，我们所希望的条件是成立的。这意味着在消费者能准确认知不同信息源之间的相关性的前提下，企业不会有任何动机去混淆消费者接收到的产品价值信号。换言之， $(\sigma_1^2, \sigma_2^2) = (0, 0)$ 是博弈第一阶段的唯一均衡结果。

(二) 定理 1 的证明

我们首先考虑企业已经分别选择了混淆策略组合 (σ_1^2, σ_2^2) 后的定价子博弈。对

于任意 $\xi \in [0, 1]$, 从企业的视角来看, 消费者的后验期望 $(\hat{v}_1(\xi), \hat{v}_2(\xi))$ 服从二元正态分布 $N(\boldsymbol{\mu}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}(\xi))$, 其中:

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_0 \\ \mu_0 \end{pmatrix}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}(\xi) = \left[\frac{1}{b_\xi(\sigma_1, \sigma_2)} \right]^2 \cdot \mathbf{A}'_\xi \begin{bmatrix} \sigma_0^2 + \sigma_1^2 & \rho\sigma_0^2 \\ \rho\sigma_0^2 & \sigma_0^2 + \sigma_2^2 \end{bmatrix} \mathbf{A}_\xi$$

$$b_\xi(\sigma_1, \sigma_2) = (\sigma_0^2 + \sigma_1^2)(\sigma_0^2 + \sigma_2^2) - \hat{\rho}^2\sigma_0^4, \text{ 且:}$$

$$\mathbf{A}_\xi = \begin{pmatrix} [(1 - \hat{\rho}^2)\sigma_0^2 + \sigma_2^2] \cdot \sigma_0^2 & \hat{\rho}\sigma_0^2\sigma_2^2 \\ \hat{\rho}\sigma_0^2\sigma_1^2 & [(1 - \hat{\rho}^2)\sigma_0^2 + \sigma_1^2] \cdot \sigma_0^2 \end{pmatrix}$$

因此, 后验期望的差 $\Delta\hat{v}(\xi) = \hat{v}_1(\xi) - \hat{v}_2(\xi)$ 也服从均值为零的正态分布, 对应的方差为:

$$\hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2 = \kappa_\xi(\sigma_1, \sigma_2) \cdot \left[\frac{(1 - \hat{\rho})\sigma_0^2}{b_\xi(\sigma_1, \sigma_2)} \right]^2$$

其中:

$$\kappa_\xi(\sigma_1, \sigma_2) = \sum_{i \neq j} \{ (\sigma_0^2 + \sigma_i^2) \cdot [(1 + \hat{\rho})\sigma_0^2 + \sigma_j^2]^2 \} - 2\rho\sigma_0^2 \cdot [(1 + \hat{\rho})\sigma_0^2 + \sigma_1^2][(1 + \hat{\rho})\sigma_0^2 + \sigma_2^2]$$

遵循命题 1 证明的步骤, 我们可以验证在每个定价子博弈中, $p_1 = p_2 = \hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2/2\varphi(0)$ 将是唯一的对称均衡结果。

接着推导第一阶段的均衡结果。由于企业的期望利润始终与 $\hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2$ 成正比, 每家企业都希望会在第一阶段最大化此方差。因此, 在给定另一家企业策略的情况下, 每家企业 i 旨在解决以下最大化问题:

$$\max_{\sigma_i^2} \hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2 = \kappa_\xi(\sigma_1, \sigma_2) \cdot \left[\frac{(1 - \rho)\sigma_0^2}{b_\xi(\sigma_1, \sigma_2)} \right]^2$$

我们区分这两种情况: $\rho \leq 1/(2 - \xi)$, 以及 $\rho > 1/(2 - \xi)$ 。在前一种情况下, 可以证明 $\hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2$ 关于 σ_i^2 的一阶导数恒为负, 与 $\xi = 1$ 的基准情形相同。因此, 当 $\rho \leq 1/(2 - \xi)$ 成立时, 唯一的对称均衡结果是企业向消费者提供完全信息。

现在考虑 $\rho > 1/(2 - \xi)$ 成立的情况。这种情况下, 一阶条件:

$$\left. \frac{\partial \hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2}{\partial \sigma_i^2} \right|_{\sigma_i^2 = \sigma_j^2 = \check{\sigma}^2} = - \frac{[\sigma_0^2(\hat{\rho} - 1)]^2 [\check{\sigma}^2 - (2\rho - \hat{\rho} - 1)\sigma_0^2]}{[\check{\sigma}^2 + (1 - \hat{\rho})\sigma_0^2]^3} = 0$$

保证了唯一的内点解： $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = (2\rho - \hat{\rho} - 1)\sigma_0^2$ 。此外，由于：

$$\left. \frac{\partial^2 \hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2}{\partial (\sigma_i^2)^2} \right|_{\sigma_i^2 = \sigma_j^2 = (2\rho - \hat{\rho} - 1)\sigma_0^2} = -\frac{\hat{\rho}(2\rho - \hat{\rho})(1 - \hat{\rho})^2}{16\rho^2 \sigma_0^2 (\rho - \hat{\rho})^3} \leq 0$$

二阶条件也显然成立。因此，当 $\rho > 1/(2 - \xi)$ 成立时，在唯一的对称均衡下，两家公司同时选择大于零的信息混淆水平。

(三) 对称均衡下的福利损失

下面，我们提供对称均衡中的社会福利损失的详细推导。首先，我们有：

$$\begin{aligned} L &= 2 \int_0^\infty \Pr(\hat{v}_1(\xi) - \hat{v}_2(\xi) < 0 \mid \Delta v) \cdot \frac{\Delta v}{\sqrt{2(1-\rho)\sigma_0^2}} \cdot \varphi\left(\frac{\Delta v}{\sqrt{2(1-\rho)\sigma_0^2}}\right) d(\Delta v) \\ &= 2 \int_0^\infty \Pr(\Delta v + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 < 0 \mid \Delta v) \cdot \frac{\Delta v}{\sqrt{2(1-\rho)\sigma_0^2}} \cdot \varphi\left(\frac{\Delta v}{\sqrt{2(1-\rho)\sigma_0^2}}\right) d(\Delta v) \\ &= 2 \int_0^\infty \left[1 - \Phi\left(\frac{\Delta v}{\sqrt{2}\sigma^*}\right)\right] \cdot \frac{\Delta v}{\sqrt{2(1-\rho)\sigma_0^2}} \cdot \varphi\left(\frac{\Delta v}{\sqrt{2(1-\rho)\sigma_0^2}}\right) d(\Delta v) \end{aligned}$$

其中， $\Delta v = v_1 - v_2$ ， $\Phi(\cdot)$ 表示标准正态分布的累积分布函数，而 σ^* 是均衡下企业选择的噪声的标准差。不失一般性，我们采用如下的正则化设定： $\sigma_0^2 = 1$ 。进一步求解可得：

$$\begin{aligned} L &= 2 \int_0^\infty \left[1 - \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{2} \sqrt{(2-\xi)\rho - 1}}\right)\right] \cdot \frac{x}{\sqrt{2} \sqrt{1-\rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{4(1-\rho)}} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-\rho}} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left[1 - \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{2} \sqrt{(2-\xi)\rho - 1}}\right)\right] \cdot x e^{-\frac{x^2}{4(1-\rho)}} dx \\ &= -\frac{2\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left[1 - \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{2} \sqrt{(2-\xi)\rho - 1}}\right)\right] \cdot d\left(e^{-\frac{x^2}{4(1-\rho)}}\right) \\ &= -\frac{2\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} \cdot \left[1 - \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{2} \sqrt{(2-\xi)\rho - 1}}\right)\right] e^{-\frac{x^2}{4(1-\rho)}} \Bigg|_{x=0}^{x=\infty} + \\ &\quad \frac{2\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{4(1-\rho)}} \cdot \frac{d}{dx} \left[1 - \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{2} \sqrt{(2-\xi)\rho - 1}}\right)\right] dx \\ &= \frac{2\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{2} - \frac{2\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{4(1-\rho)}} \cdot \frac{\varphi\left(\frac{x}{\sqrt{2} \sqrt{(2-\xi)\rho - 1}}\right)}{\sqrt{2} \sqrt{(2-\xi)\rho - 1}} dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{2} \sqrt{(2-\xi)\rho-1}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{4(1-\rho)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-4\left[\frac{x^2}{2(1-\rho)} + 2[(2-\xi)\rho-1]\right] \frac{x^2}{2}} dx \\
&= \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{(2-\xi)\rho-1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\left[\frac{1}{2(1-\rho)} + 2[(2-\xi)\rho-1]\right] \frac{x^2}{2}} dx
\end{aligned}$$

记 $B = \frac{2(1-\rho)[(2-\xi)\rho-1]}{(1-\xi)\rho}$, 并据此得 $\frac{1}{B} = \frac{(1-\xi)\rho}{2(1-\rho)[(2-\xi)\rho-1]}$ 。我们最终得到社会福利损失的解析表达式为:

$$\begin{aligned}
L &= \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{(2-\xi)\rho-1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2B}} dx \\
&= \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{(2-\xi)\rho-1}} \cdot \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \\
&= \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{(2-\xi)\rho-1}} \cdot \frac{\sqrt{B}}{2} \\
&= \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{(1-\rho)}{\sqrt{(1-\xi)\rho}} \\
&= \frac{\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\pi}} \left[1 - \sqrt{\frac{1-\rho}{(1-\xi)\rho}} \right]
\end{aligned}$$

(四) 定理 2 的证明

我们注意到, 只要 $\xi \in (0, 1/3)$ 和 $\rho \in (1/(2-3\xi), 1)$ 成立, 便有:

$$\left. \frac{\partial \hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2}{\partial \sigma_i^2} \right|_{\sigma_j^2=0} = \frac{[\sigma_0^2(1-\hat{\rho})]^2 \cdot (1+\hat{\rho})}{[\sigma_i^2 + (1-\hat{\rho}^2)\sigma_0^2]^3} \cdot [(2\rho-3\hat{\rho}-1)\sigma_i^2 - (1+\hat{\rho})^2(\hat{\rho}-2\rho+1)\sigma_0^2] > 0$$

因此, 如果企业 j 选择 $\sigma_j^2 = 0$, 企业 i 的最优反应是将 σ_i^2 设定得越大越好, 即最大程度地去混淆消费者接收到的产品信息。相反, 如果企业 j 的选择满足 $\sigma_j^2 \rightarrow \infty$, 我们有 $\hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2 \rightarrow [\sigma_0^2(1-\hat{\rho})]^2 / (\sigma_0^2 + \sigma_i^2)$, 意味着企业 i 的最优反应是选择 $\sigma_i^2 = 0$, 即向消费者提供完全信息。因此, 定理中陈述的混淆策略组合对于两家企业而言满足序理性, 确实构成子博弈精炼均衡的结果。

(五) 定理 3 的证明

首先, 注意到在定理的条件下, σ_j^2 对于如下一阶条件存在唯一的内点解:

$$\left. \frac{\partial^2 \hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2}{\partial (\sigma_j^2)^2} \right|_{\sigma_i^2=0} = 0$$

而其取值正为定理所给出的 $\sigma_j^2 = \hat{\sigma}^2 = \frac{(1+\hat{\rho})^2(2\rho-1-\hat{\rho})\sigma_0^2}{1-2\rho+3\hat{\rho}}$ 。我们同样也可以验证：

$$\left. \frac{\partial \hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2}{\partial \sigma_j^2} \right|_{\sigma_i^2=0, \sigma_j^2=\hat{\sigma}^2} = -\frac{(\hat{\rho}-1)^2(3\hat{\rho}-2\rho+1)^4}{64\hat{\rho}^3\sigma_0^2(\rho-\hat{\rho})^3(\hat{\rho}+1)^2} \leq 0$$

这意味着 $\sigma_j^2 = \hat{\sigma}^2$ 的确是企业 j 对于 $\sigma_i^2 = 0$ 的最优反应。

现在给定企业 j 的策略 $\sigma_j^2 = \hat{\sigma}^2$ ，考虑企业 i 是否有动机偏离。通过一连串的代数运算，我们有：

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \hat{\sigma}_{\Delta, \xi}^2}{\partial \sigma_i^2} \right|_{\sigma_j^2=\hat{\sigma}^2} &= \frac{[\sigma_0^2(1-\hat{\rho})]^2(1+t+\hat{\rho})\rho^2\hat{\rho}}{[(\sigma_0^2+\sigma_2^2)(1+t)-\hat{\rho}^2\sigma_0^2]^3(3\hat{\rho}-2\rho+1)^2} \times \\ &\quad \{8(\hat{\rho}-\rho)^2(\hat{\rho}+1)^2(\hat{\rho}-2\rho+1)\sigma_0^2 - (3\hat{\rho}-4\rho-2\hat{\rho}\rho+\hat{\rho}^2) \\ &\quad [2\hat{\rho}(2\rho-3\hat{\rho}-1) + (\hat{\rho}^2+2\rho-\hat{\rho})(\hat{\rho}-2\rho+1)]\} \\ &\leq 0 \end{aligned}$$

其中， $t = (\sigma_i^*)^2/\sigma_0^2$ 。因此 $\sigma_i^2 = 0$ 也是 $\sigma_j^2 = \hat{\sigma}^2$ 的最优反应。

(六) 非对称内点均衡下的社会福利损失

考虑定理3所述的非对称内点均衡。为了节省篇幅，令 $(\sigma_1^*)^2 = \frac{(1+\hat{\rho})^2(2\rho-\hat{\rho}-1)\sigma_0^2}{3\hat{\rho}-2\rho+1}$

和 $(\sigma_2^*)^2 = 0$ 。总福利损失由以下式子给出：

$$\begin{aligned} L &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{v_2}^{+\infty} \Pr(\hat{v}_1 - \hat{v}_2 \leq 0) \cdot (v_1 - v_2) \cdot f(v_1, v_2) dv_1 dv_2 \\ &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{v_2}^{+\infty} \Phi\left(\frac{\sigma_1^*(v_2 - \mu_0)}{(1+\xi\rho)\sigma_0^2} - \frac{v_1 - v_2}{\sigma_1^*}\right) \cdot \frac{v_1 - v_2}{2\pi\sigma_0^2\sqrt{1-\rho^2}} \cdot e^{-K} dv_1 dv_2 \end{aligned}$$

其中：

$$K \equiv \frac{(v_1 - \mu_0)^2 - 2\rho(v_1 - \mu_0)(v_2 - \mu_0) + (v_2 - \mu_0)^2}{2\sigma_0(1-\rho^2)}$$

由于非对称均衡下的福利损失和比较静态难以给出解析表达式，我们用数值

模拟的方法作为替代来说明主要结果。图 A1 展示了在 ξ 的不同取值下, 福利损失如何随 ρ 的取值发生变化。与对称均衡下类似, 图 A1 表明, 对于给定的 ρ 值, 非对称内点均衡下的福利损失随着 ξ 的增加而下降。与此同时, 对于给定的 ξ 值, 随着产品同质化程度的上升, 福利损失同样呈现出非单调的特征。特别地, 随着 ρ 的增加, 社会福利损失起初由于错配概率的增加而上升, 而后又由于错配的后果逐渐变得轻微而下降。

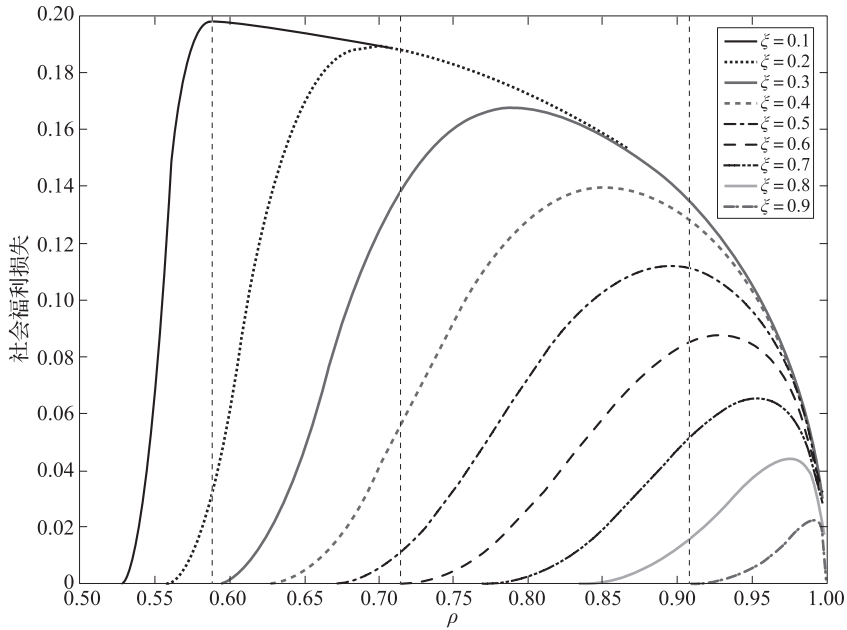


图 A1 非对称均衡下的社会福利损失

注: 本图为非对称均衡下社会福利损失的一个数值说明。图中从上往下 (起点从左往右) 排序的曲线依次对应于 ξ 从 0.1 到 0.9 的不同取值。对于较小的 ξ (即 $\xi < 1/3$), 随着 ρ 的增加, 同一曲线对应的均衡由定理 3 中的内点非对称均衡转变为定理 2 中的极端非对称均衡。特别地, 对于 $\xi = 0.1, 0.2, 0.3$ 的情况, 发生上述转变的 ρ 阈值分别由图中从左往右的三条垂直虚线标出。对于所有 $\xi > 1/3$ 的情形, 只有定理 2 中的极端非对称均衡存在, 因此图中描绘的社会福利损失仅针对这一均衡。

图 A2 比较了在不同的消费者偏误水平和产品同质化程度下, 对称均衡和非对称均衡的社会福利损失。由图 A2 可知, 当消费者偏误程度较高 (即 ξ 值接近于 0) 时, 非对称均衡下的社会福利损失较高; 相反, 当消费者更接近于完美的贝叶斯决策者 (即 ξ 值接近于 1) 时, 对称均衡下的社会福利损失较高。同样由图 A2 可知, 当产品具有一定程度的差异化 (即 ρ 值显著小于 1) 时, 对称均衡下的社会福利损失更高; 相反, 当产品趋于同质 (即 ρ 值接近于 1) 时, 非对称均衡下的社会福利损失更高。

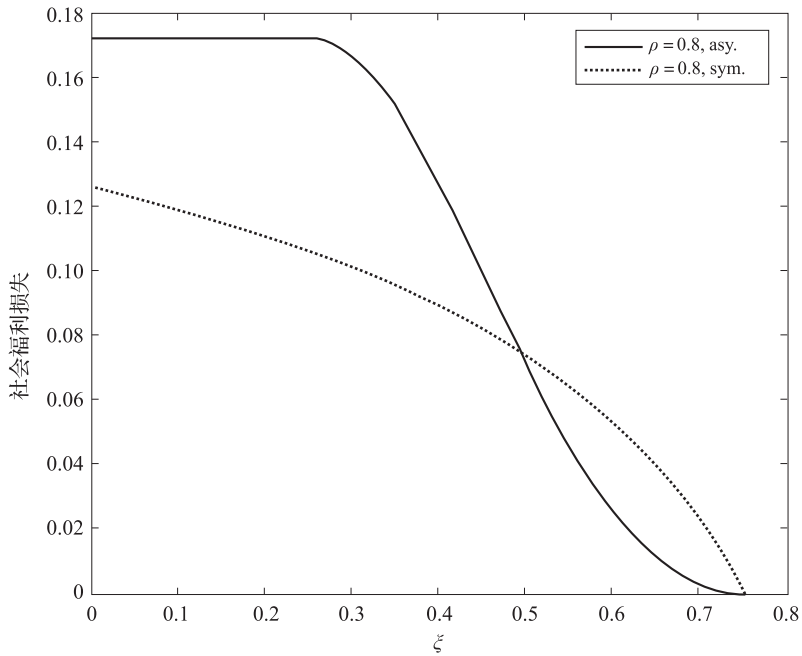
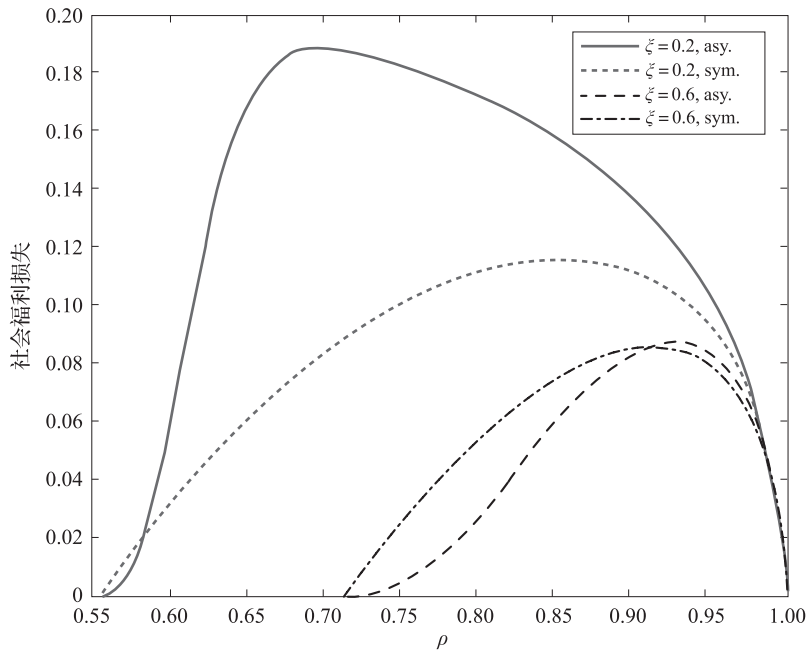
a) 社会福利损失关于 ξ 的函数b) 社会福利损失关于 ρ 的函数

图 A2 不同均衡下社会福利损失的比较

注：本图为社会福利损失比较的一个数值说明。图中严格凹的曲线代表对称均衡的情形，其余的曲线代表非对称均衡的情形。上图展示了当 $\rho=0.8$ 时 ξ 的变化如何影响社会福利损失。下图展示了当 $\xi=0.2$ （较高的一组）和 $\xi=0.6$ （较低的一组）时 ρ 的变化如何影响社会福利损失。

参考文献

- [1] BÉNABOU R, TIROLE J, 2010. Individual and corporate social responsibility[J]. *Economica*, 77: 1–19.
- [2] BLACKWELL D, 1951. Comparison of experiments[C]//NEYMAN J. Proceedings of the second Berkeley symposium on mathematical statistics and probability. Oakland: University of California Press, 99–102.
- [3] BLACKWELL D, 1953. Equivalent comparisons of experiments[J]. *Annals of Mathematical Statistics*, 24(2): 265–272.
- [4] CABRAL L, 2018. We're number 1: price wars for market share leadership[J]. *Management Science*, 64(5): 2013–2030.
- [5] CAMERON A C, TRIVEDI P K, 2005. *Microeconometrics: methods and applications*[M]. Cambridge: Cambridge University Press.
- [6] CARLIN B I, MANSO G, 2011. Obfuscation, learning, and the evolution of investor sophistication[J]. *Review of Financial Studies*, 24(3): 754–785.
- [7] CHIOVEANU I, ZHOU J, 2013. Price competition with consumer confusion[J]. *Management Science*, 59(11): 2413–2634.
- [8] DEGROOT M H, 1970. *Optimal statistical decisions*[M]. Hoboken: John Wiley & Sons.
- [9] DEMARZO P M, VAYANOS D, ZWIEBEL J, 2003. Persuasion bias, social influence, and unidimensional opinions[J]. *Quarterly Journal of Economics*, 118(3): 909–968.
- [10] ELLIS A, PICCIONE M, 2017. Correlation misperception in choice[J]. *American Economic Review*, 107(4): 1264–1292.
- [11] ELLISON G, 2005. A model of add-on pricing[J]. *Quarterly Journal of Economics*, 120(2): 585–637.
- [12] ENKE B, ZIMMERMANN F, 2019. Correlation neglect in belief formation[J]. *Review of Economic Studies*, 86(1): 313–332.
- [13] EYSTER E, WEIZSACKER G, 2016. Correlation neglect in portfolio choice: lab evidence[J]. *SSRN Electronic Journal*. DOI: 10. 2139/ssrn. 2914526.
- [14] GABAIX X, LAIBSON D, 2006. Shrouded attributes, consumer myopia, and information suppression in competitive markets[J]. *Quarterly Journal of Economics*, 121(2): 505–540.
- [15] GAGNON-BARTSCH T, RABIN M, 2016. Naive social learning, mislearning, and unlearning[R]. Working Paper. Cambridge: Harvard University.
- [16] GLAESER E L, SUNSTEIN C R, 2009. Extremism and social learning[J]. *Journal of Legal Analysis*, 1(1): 263–324.
- [17] GOLDFARB A, XIAO M, 2011. Who thinks about the competition? managerial ability and strategic entry in US local telephone markets[J]. *American Economic Review*, 101(7): 3130–3161.
- [18] GOLDFARB A, XIAO M, 2019. Transitory shocks, limited attention, and a firm's decision to exit[R]. Working Paper. University of Toronto and University of Arizona.
- [19] GOLUB B, JACKSON M O, 2012. How homophily affects the speed of learning and best-response dynamics[J]. *Quarterly Journal of Economics*, 127(3): 1287–1338.
- [20] GROSSMAN G M, SHAPIRO C, 1984. Informative advertising with differentiated products[J]. *Review of Economic Studies*, 51(1): 63–81.
- [21] GRUBB M D, 2015. Behavioral consumers in industrial organization: an overview[J]. *Review of Industrial Organization*, 47(3): 247–258.
- [22] HEFTI A, LIU S, SCHMUTZLER A, 2022. Preferences, confusion and competition[J]. *Economic Journal*, 132: 1852–1881.
- [23] HEIDHUES P, KÖSZEGI B, 2018. Behavioral industrial organization[M]//BERNHEIM B D, DELLAVIGNA S, LAIBSON D. Behavioral economics: applications and foundations. Amsterdam: Elsevier, 517–612.
- [24] HUCK S, ZHOU J, 2011. Consumer behavioural biases in competition: a survey[R]. MPRA Paper, No. 31794.

- [25] KALLIR I, SONSINO D, 2009. The neglect of correlation in allocation decisions[J]. *Southern Economic Journal*, 75(4): 1045–1066.
- [26] LANDIER A, THESMAR D, 2009. Financial contracting with optimistic entrepreneurs[J]. *Review of Financial Studies*, 22(1): 117–150.
- [27] LEVY G, DE BARREDA I M, RAZIN R, 2021. Polarized extremes and the confused centre: campaign targeting of voters with correlation neglect[J]. *Quarterly Journal of Political Science*, 16(2): 139–155.
- [28] LEVY G, DE BARREDA I M, RAZIN R, 2022. Persuasion with correlation neglect: a full manipulation result[J]. *American Economic Review: Insights*, 4(1): 123–138.
- [29] LEVY G, RAZIN R, 2015. Correlation neglect, voting behavior, and information aggregation [J]. *American Economic Review*, 105(4): 1634–1645.
- [30] LEVY G, RAZIN R, 2022. Combining forecasts in the presence of ambiguity over correlation structures [J]. *Journal of Economic Theory*. DOI: 10.1016/j.jet.2020.105075.
- [31] LEWIS T R, SAPPINGTON D E M, 1994. Supplying information to facilitate price discrimination [J]. *International Economic Review*, 35(2): 309–327.
- [32] MITCHELL V W, PAPAVALASSIOU V, 1999. Marketing causes and implications of consumer confusion [J]. *Journal of Product & Brand Management*, 8(4): 319–342.
- [33] ORTOLEVA P, SNOWBERG E, 2015. Overconfidence in political behavior[J]. *American Economic Review*, 105(2): 504–535.
- [34] PICCIONE M, SPIEGLER R, 2012. Price competition under limited comparability [J]. *Quarterly Journal of Economics*, 127(1): 97–135.
- [35] STAHL II D O, 1989. Oligopolistic pricing with sequential consumer search[J]. *American Economic Review*, 79(4): 700–712.
- [36] TURNBULL P W, LEEK S, YING G, 2000. Customer confusion: the mobile phone market [J]. *Journal of Marketing Management*, 16(1): 143–163.
- [37] VON DER FEHR N H M, STEVIK K, 1998. Persuasive advertising and product differentiation [J]. *Southern Economic Journal*, 65(1): 113–126.
- [38] WOODWARD S E, HALL R E, 2010. Consumer confusion in the mortgage market: evidence of less than a perfectly transparent and competitive market[J]. *American Economic Review*, 100(2): 511–515.

Misperceived Correlation and Strategic Obfuscation

Shuo Liu Ji Shen Zhenyang Wang*

(Guanghua School of Management, Peking University)

Summary: To survive fierce competition, firms can invest in product innovation and cater their designs to match the preferences of certain consumer segments, thus cultivating brand loyalty. However, it is well-documented in the marketing literature that firms sometimes would rather direct their efforts in making consumers believe (or misbelieve) that the products are more differentiated than they actually are, so that a loyalty premium can be commanded even when true product values are very similar. In particular, firms often obfuscate product information through complex offerings, confusing pricing, excessive features, and limited disclosure, making it difficult for consumers to make informed decisions. This phenomenon appears to contradict the conventional, neoclassical framework, which posits that consumers make optimal decisions based on perfect rationality and that firms compete on quality and price rather than by engendering confusion.

How can we explain the pervasiveness and persistence of obfuscation in real market competition? The emerging literature on behavioral industrial organization adopts a novel perspective premised upon consumers' bounded rationality and cognitive biases. In this article, we focus specifically on one such bias—correlation neglect, which refers to the tendency to underestimate or even completely neglect the correlations between various information sources, and which has attracted significant research interest recently. In this paper, we provide a theoretical framework to explore how this type of consumer naivete impacts firms' competition strategies and overall social welfare.

To illustrate the key idea of our paper, consider two fund management companies offering investment products based on very similar underlying assets. Although aware that their products' returns are highly correlated, the companies may prefer not to convey this fact to consumers, because doing so would intensify fee competition. Instead, the companies may engage in obfuscation, with the aim of generating the perception that their offerings differ significantly. For instance, they could use distinctive industry jargon to describe their investment portfolios, cherry-pick performance benchmarks for comparison, or highlight either the impressive credentials or dazzling prior performance of their fund managers. Were consumers rational enough and able to discern the underlying homogeneity of the two products, such informational obfuscation would prove ineffective. However, if consumers evaluate each piece of information that they receive in isolation without properly accounting for the prior correlation, the companies' obfuscation tactics could succeed in creating an illusion of differentiation. In this way, correlation neglect grants the companies exaggerated market power to charge higher fees than competition would otherwise necessitate.

The key premise in the example above is that even if aware of the potential correlation between competing products, consumers may fail to assess it accurately, let alone fully incorporate it into

* Corresponding Author: Zhenyang Wang, Guanghua School of Management, Peking University, E-mail: whangjy@pku.edu.cn.

their decisions. Formally, correlation neglect refers to the cognitive bias where individuals underestimate or even completely ignore the correlation between different information sources when updating beliefs on which choices are based. To study the implications of such biases for market competition, this paper develops a duopoly model with correlation-neglecting consumers. We demonstrate that equilibrium outcomes differ substantially across settings. With perfect knowledge and accurate accounting of correlation, firms have no incentive to obfuscate because competition eliminates any potential gains. However, when consumers underestimate or neglect correlation, firms can often obfuscate to soften competition and earn extra profits at the expense of consumers. Our results offer a rationale for firms using misleading marketing messages, while shedding light on how policy interventions such as consumer education or mandatory basic goods may help or backfire. In sum, the core contribution of our analysis is to show how correlation neglect enables obfuscated marketing to emerge and persist, which could have implications for future research on other biases or market structures as well.

In the paper, we present a two-stage duopoly competition model in which two firms compete on marketing and price for customers. The valuations may vary between products, but can be arbitrarily correlated. Here, the true degree of correlation between product values can be interpreted as a measure of product differentiation. Consumers cannot directly observe the true valuations, but instead receive a signal from each firm, which is composed of the true valuation of the product offered by that firm and an unbiased noise with variance being chosen strategically by the firm. The noise that one particular firm adds to the signal may change consumers' valuation for its product, but does not affect consumers' willingness to pay for the competing product. In the first stage, two firms simultaneously choose their obfuscation strategy. Upon receiving signals from both firms, consumers update their beliefs about product values. In the second stage, the firms post price and engage in the conventional Bertrand competition. Essentially, we assume that firms can manipulate perceived correlation and valuations by providing noisy signals about product values, thereby impeding product comparison.

We first establish a benchmark result: if consumers are rational enough to properly assess and accounting for the true correlation, firms would opt for maximal transparency of product information. Then we turn to our main discussion of the impact of correlation neglect. Here, consumers understand the information provided by each firm in isolation, but they hold incorrect beliefs about the correlation between the true product values and, as a consequence, misjudge the interdependence of the signals that they received. We show that when products become sufficiently homogeneous, firms would adopt a moderate level of obfuscation for their marketing strategies. The equilibrium results and subsequent comparative statics and welfare analysis show that as the gap between the true and perceived degrees of correlation increases (i. e., as consumer naivete increases), firms' profits rise while consumer/social surplus decreases due to a higher probability of mismatch in purchase.

Lastly, we explore two extensions of our main analysis. First, we characterize the conditions under which asymmetric equilibria can also emerge in our setting. Comparing the symmetric and asymmetric equilibria suggests that the asymmetric equilibrium yields higher profits for firms but a lower surplus for consumers. Second, we extend the discussion to general value distributions, demonstrating the robustness of our core insights.

Keywords: Correlation Neglect; Belief-Updating; Obfuscation; Bertrand Competition

JEL Classification: D43; L13; M30